

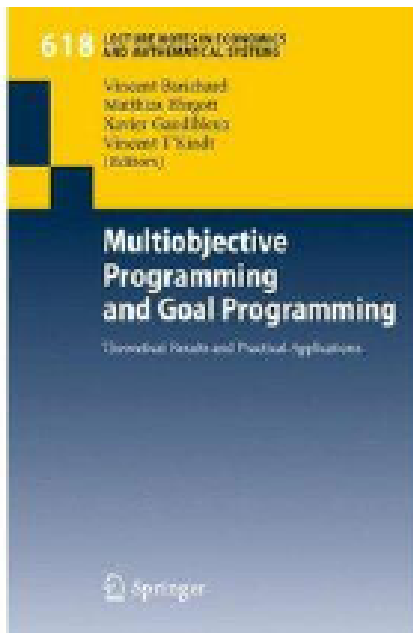
آشنائی با برنامه ریزی
آرمانی
GOAL PROGRAMMING

آشنائی

- مدلسازی هدفهای چندگانه، دانشی جوان ولی پر کاربرد
- بسیار سودمند در پاسخ به موقعیتهای واقعی در بخش عمومی
 - افزایش ارزآوری / پیامدهای زیست محیطی
 - افزایش تولید انرژی / ریسک انفجار هسته‌ای
 - افزایش نرخ اشتغال تخت / کاهش انتظار برای عمل قلب
 - افزایش سرانه مصرف ماهی / کاهش انباشت زنده
 - بکارگیری فناوریها نوین / کاهش اشتغال
 - انتخابات الکترونیکی / کاهش اعتماد مردم
 - افزایش شمار دانشجوی ارشد / کاهش کیفیت پایان نامه ها

آشنائی

- شناخته شده به نام چند هدفی (چند معیاری) (MODM / MADM)
 - تئوری مطلوبیت چند ویژگی
 - یافتن حل مطلوب پارتو با برنامه‌ریزی خطی چند معیاره
 - روشهای جستجوی ابتکاری
 - برنامه‌ریزی آرمانی



برنامه ریزی آرمانی

- بر مبنای گسترش برنامه‌ریزی خطی
 - مسئله خطی
 - برآوردن هدفهای گوناگون تا حد ممکن!
 - در نظر گرفتن محدودیتهای خطی
 - اجازه ورود سیستم اولویت بندی برای هدفهای متعارض
 - اجازه ورود مفهوم رضایتمندی (satisfying) در برنامه‌ریزی خطی

برنامه ریزی آرمانی

- هدفهای بلند مدت یک برنامه ریز

1. پیشینه سازی سودهای تخفیفی

2. پیشینه سازی سهم بازار در پایان دوره برنامه ریزی

3. پیشینه سازی سرمایه فیزیکی در پایان دوره برنامه ریزی

- ترکیب یا مقایسه مستقیم آنها، ناشدنی

- هدفهای ناسازگار

- نتیجه بهتر برای یکی با قربانی سازی دیگری

- هزینه کمتر در تبلیغات (بازاریابی کمتر) ← اجازه ساخت کارخانه‌ای

- دیگر (سرمایه فیزیکی بیشتر) و خرید مواد خام بیشتر (تولید بیشتر)

گام نخست

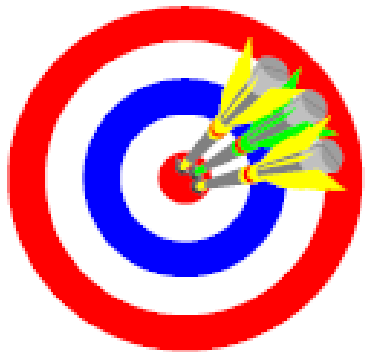
- یک تابع هدف در مدل برنامه‌ریزی خطی
- در دنیای واقعی، بیش از یک هدف در ارتباط با چیزهایی غیر از سود یا هزینه
- مثلا کمینه سازی آلودگی و بیشینه سازی سود

- برنامه‌ریزی آرمانی

Goal Programming

برنامه‌ریزی آرمانی

- بسیار همانند برنامه‌ریزی خطی
- مدل برنامه‌ریزی آرمانی، کاملاً خطی است.
- ولی دارای بیش از یک هدف
- مدلسازی برنامه‌ریزی آرمانی همانند برنامه‌ریزی خطی
- قابل حل با روش ترسیمی (بستگی دارد!!)
- حل با گونه اصلاح شده روش سیمپلکس



مدلسازی

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 5x_2$$

سود کل

s.to:

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

ساعت نیروی کار

$$4x_1 + 3x_2 \leq 120$$

کیلوگرم خاک رس

$$x_1, x_2 \geq 0$$

x_1 : شمار تولید لیوان

x_2 : شمار تولید کاسه

هدفهای دیگر به ترتیب اولویت

1. برای پیشگیری از بیکاری، نباید کمتر از ۴۰ ساعت نیروی کار در روز بکار گرفته شود.
2. دستیابی به سود راضی کننده ۱۶۰ واحد پول در روز
3. برای پیشگیری از خشک شدن گل رس، شرکت نمی خواهد روزانه بیش از ۱۲۰ کیلو گرم گل رس نگهداری کند.
4. برای کاهش سربار، کمینه سازی اضافه کاری

مدلسازی: چه باید کرد؟

- هدفهای گوناگون (علاوه بر بیشینه سازی سود) به ترتیب اولویت تعریف می گردند.
- یک آرمان (goal) برای هر هدف (objective)
 - هدف: یک رابطه ریاضی بیانگر خواسته‌های تصمیم گیرنده
 - سطح تمایل: ارزش تعیین شده تصمیم گیرنده برای یک هدف
 - آرمان: هدف مربوط به هر سطح از تمایل
 - بیشینه‌سازی سود، یک هدف
 - دستیابی به سود ۲۰۰۰۰۰ تومان، یک آرمان

مدلسازی: چه باید کرد؟

- شرکت می‌خواهد تا حد ممکن به دستیابی به هر یک از آرمانها نزدیک شود.
- برای مدلسازی، نخست باید محدودیتهای مدل برنامه‌ریزی خطی را به آرمانهایی تبدیل کرد.

آرمان نیروی کار

نخستین آرمان شرکت پیشگیری از کم بهره‌دهی نیروی کار است
(بکارگیری کمتر از ۴۰ ساعت در روز)

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

بازنویسی محدودیت برنامه‌ریزی خطی:

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 \rightarrow x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40$$

میزان کم کاری نیروی کار

میزان اضافه کاری نیروی کار

متغیرهای انحراف

آرمان نیروی کار

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- + d_1^+ = 40$$

فرض کنید:

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 10$$

$$(5) + 2(10) + d_1^- - d_1^+ = 40$$

$$25 + d_1^- - d_1^+ = 40$$

$$d_1^- = 40 - 25 = 15$$

میزان کم کاری

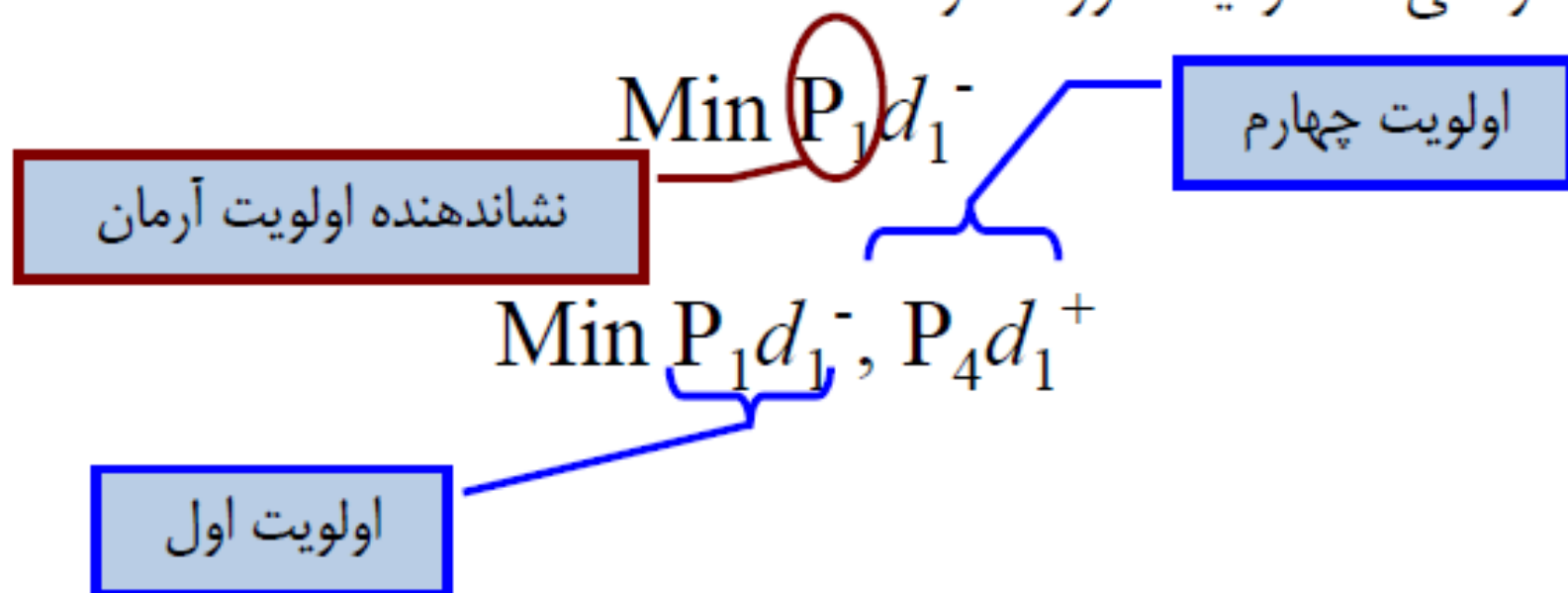
$$d_1^+ = 0$$

میزان اضافه کاری

دست کم یکی از متغیرهای انحراف باید برابر با صفر باشد.

نمایش آرمان نیروی کار

- نیاز به تعریف گونه مناسبی از تابع هدف
- تابع هدف در برنامه‌ریزی آرمانی، **کمینه سازی انحراف** از سطح آرمانی محدودیت مورد نظر است.



آرمان سودآوری

آرمان شرکت به دست آوردن ۱۶۰ واحد پول سود است.
در مدل برنامه‌ریزی خطی:

$$Z = 4x_1 + 5x_2$$

فرموله کردن به صورت محدودیت آرمانی:

$$4x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 160$$

$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_4 d_1^+$$

مدل کامل برنامه‌ریزی آرمانی

با افزودن سومین آرمان، مدل به صورت زیر کامل میشود:

$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_1^+$$

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40$$

$$4x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 160$$

$$4x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ = 120$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

تابع هدف جمع جبری نیست زیرا مقیاس هر آرمان متفاوت است.

تابع هدف برنامه‌ریزی آرمانی فقط بیانگر انحراف از آرمان است که باید تک تک کمینه گردد.

شکلهای دیگر محدودیت آرمانی

- فرض کنید چهارمین آرمان، داشتن حداکثر ۱۰ ساعت اضافه کار (به جای کمینه سازی آن) باشد.

- محدودیت آرمانی نیروی کار به صورت زیر بود:

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40$$

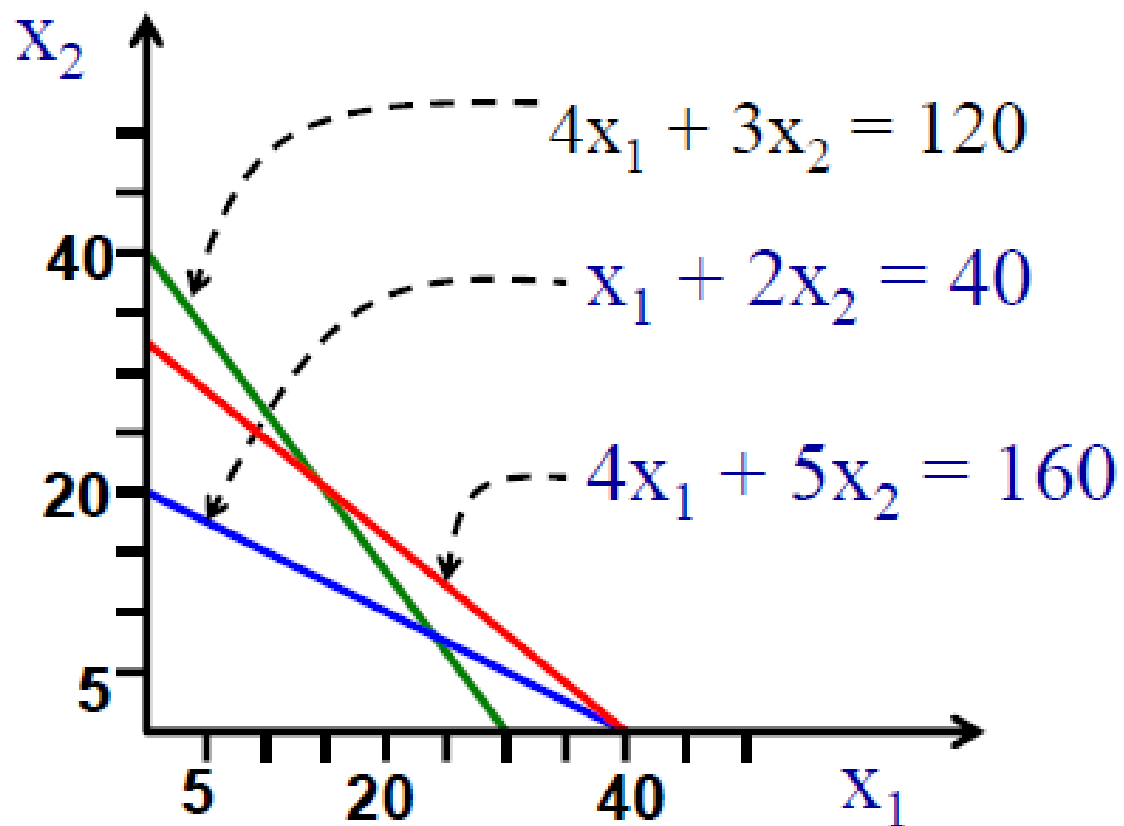
- چهارمین آرمان نیازمند داشتن محدودیت آرمانی زیر است:

$$d_1^+ + d_4^- - d_4^+ = 10$$

- پس تابع هدف چنین است:

$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_4^+$$

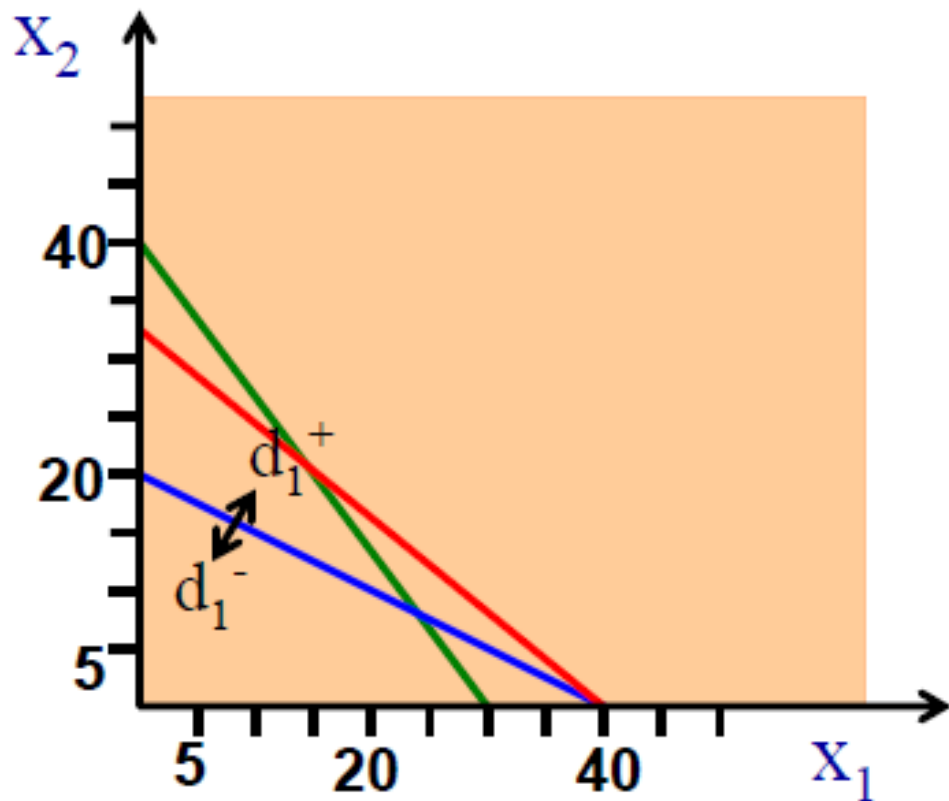
تفسیر گرافیکی برنامه‌ریزی آرمانی



تلاش برای
دستیابی به
آرمانهای تابع هدف
به ترتیب اولویت

اثر نقصتین آرمان

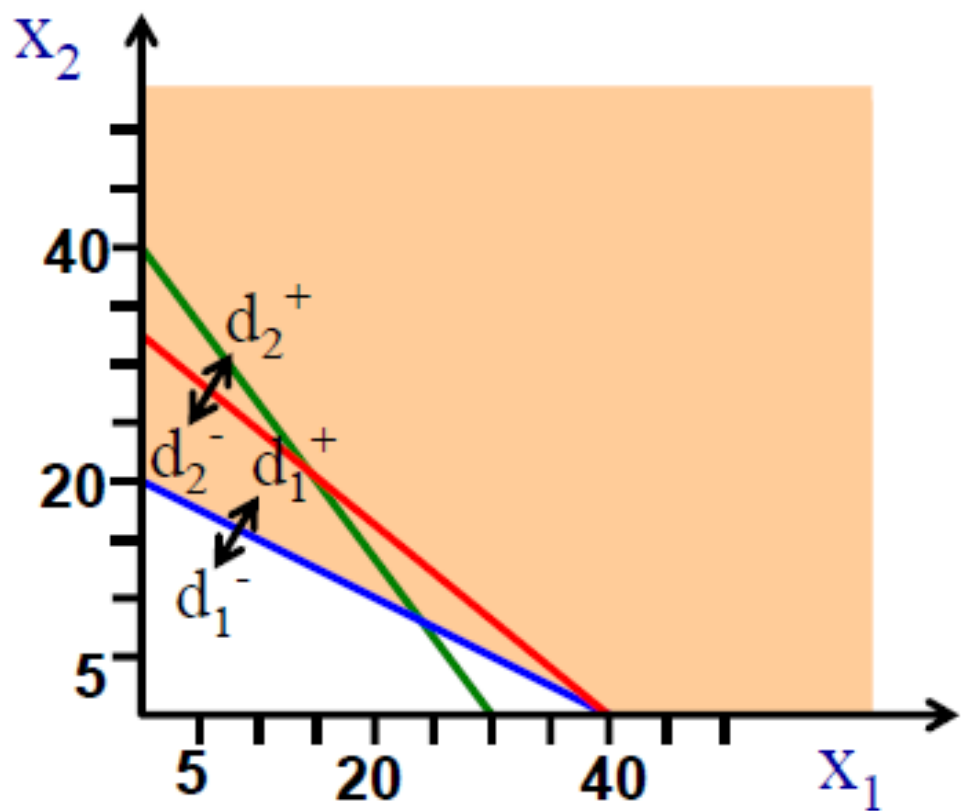
$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_4^+, 4P_5 d_5^+ + 5P_5 d_6^+$$



چون هدف کمینه کردن انحراف منفی است پس فضای زیر خط (منطقه گردد. انحراف منفی) حذف می

اثر دومین آرمان

$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_4^+, 4P_5 d_5^+ + 5P_5 d_6^+$$

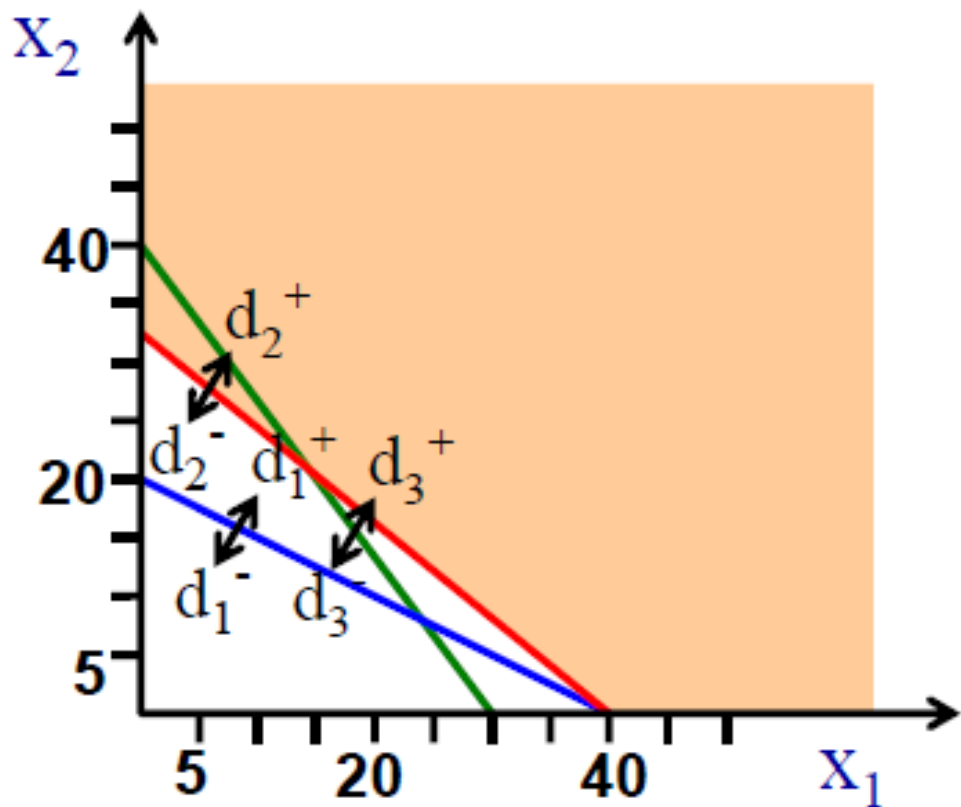


چون هدف کمینه کردن انحراف منفی است پس فضای زیر خط (منطقه انحراف منفی) حذف می گردد.

اثر سومین آرمان

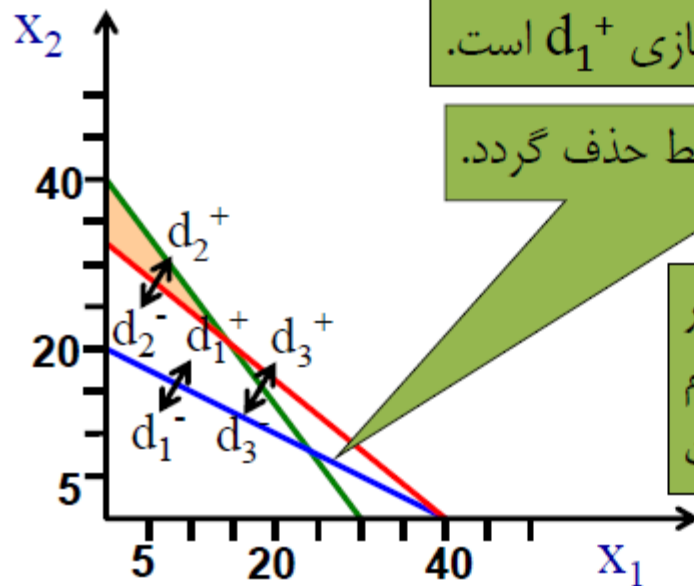
$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_4^+, 4P_5 d_5^+ + 5P_5 d_6^+$$

چون هدف کمینه کردن انحراف مثبت است پس فضای بالای خط (منطقه انحراف مثبت) حذف می گردد.



اثر چهارمین آرمان

$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_4^+, 4P_5 d_5^+ + 5P_5 d_6^+$$



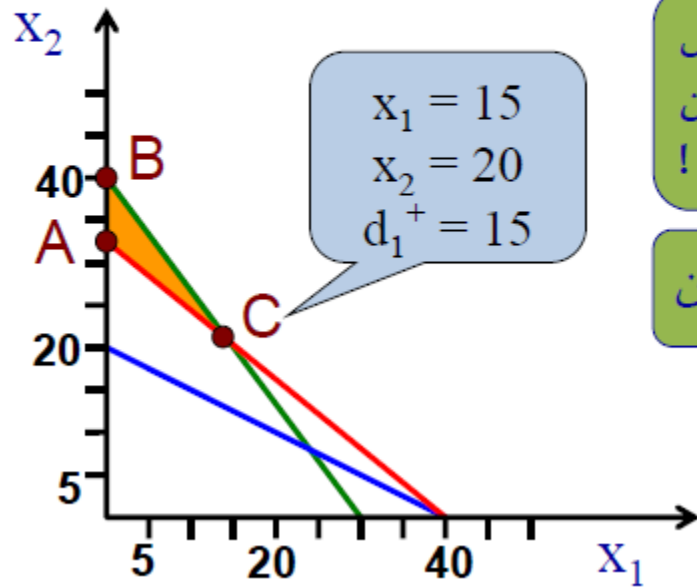
این آرمان به معنی کمینه سازی d_1^+ است.

باید سطح بالای خط حذف گردد.

حذف سطح بالای خط در تضاد با آرمان نخست و دوم است

راضی کننده ترین پاسخ مدل

Min $P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_4^+, 4P_5 d_5^+ + 5P_5 d_6^+$



باید پاسخی را یافت که اولویت اول و دوم را برآورده کند و تا حد ممکن به چهارمین آرمان دست یابد!

راضی کننده ترین و نه بهین

مدل برنامه‌ریزی آرمانی

$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^+, P_4 d_1^+$$

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40$$

$$4x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 160$$

$$4x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ = 120$$

$$x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0$$

جدول سیمپلکس بازینی شده

BV	x1	x2	d ₁ ⁻	d ₂ ⁻	d ₃ ⁻	d ₁ ⁺	d ₂ ⁺	d ₃ ⁺	RHS
	d ₁ ⁻	1	2	1	0	0	-1	0	0
d ₂ ⁻	4	5	0	1	0	0	-1	0	160
d ₃ ⁻	4	3	0	0	1	0	0	-1	120

$$\text{Min } P_1 d_1^-, P_2 d_2^-, P_3 d_3^-, P_4 d_1^+$$

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40$$

$$4x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 160$$

$$4x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ = 120$$

$$x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0$$

ضریب متغیرهای مدل در محدودیت ها

مدل سازی آرمان‌ها

(۱) دستیابی به مقداری بیشتر یا کمتر از آرمان ناخواستنی

– افزودن هر دو متغیر انحراف به محدودیت

– افزودن $P_k(d_i^- + d_i^+)$ به تابع هدف آرمانی

$$\min P_k(d_i^- + d_i^+)$$

$$\sum_j c_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

مدل سازی آرمان‌ها

۲) افزایش از آرمان تا جای ممکن کاهش یابد، اما دست نیافتن به آرمان مهم نیست

– افزودن هر دو متغیر انحراف به محدودیت

– افزودن $P_k d_i^+$ به تابع هدف آرمانی

$$\min P_k d_i^+$$

$$\sum_j c_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

مدل سازی آرمان‌ها

۳) کاهش از آرمان تا جای ممکن کاهش یابد، اما افزایش از آرمان مهم نیست

– افزودن هر دو متغیر انحراف به محدودیت

– افزودن $P_k d_i^-$ به تابع هدف آرمانی

$$\min P_k d_i^-$$

$$\sum_j c_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

مدل سازی آرمان‌ها

۴) افزایش از آرمان تا جای ممکن کاهش یابد، اما دست نیافتن به آرمان مجاز نیست

– افزودن متغیر انحراف مثبت به محدودیت

– افزودن $P_k d_i^+$ به تابع هدف آرمانی

$$\min P_k d_i^+$$

$$\sum_j c_{ij} x_j - d_i^+ = b_i$$

مدل سازی آرمان‌ها

(۵) دست نیافتن به آرمان تا جای ممکن کاهش یابد، اما دست نیافتن به آرمان مجاز نیست

– افزودن متغیر انحراف منفی به محدودیت

– افزودن $P_k d_i^-$ به تابع هدف آرمانی

$$\min P_k d_i^-$$

$$\sum_j c_{ij} x_j + d_i^- = b_i$$